

基于二阶锥规划的宽带波束优化设计

宋志宏¹, 肖 瑜²

(1 海军驻西安导弹设备军事代表室, 陕西 西安 710054;

2 解放军边防学院, 陕西 西安 710108)

摘 要: 针对常规加权波束形成器获得恒定束宽波束时, 存在工作频率带宽较窄的问题, 提出了一种基于二阶锥规划的宽带恒定束宽波束形成器的设计方法. 该方法是将工作频段分成若干窄带频率区间, 采用二阶锥规划方法使各子带中心频率上的波束最佳地逼近期望波束, 并得到相应的权向量, 使各子带中心频率上的波束图主瓣宽度恒定. 计算机仿真结果表明基于二阶锥规划的宽带波束优化方法, 具有较好的稳健性.

关键词: 宽带; 波束形成器; 二阶锥规划; 稳健性

中图分类号: TP391.9

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2013)06-0141-03

Design of Improving Wide-band Beam Based on Second-Order Cone Programming

SONG Zhi-hong¹, XIAO Yu²

(1 Navy Missile Equipment in Xi'an Military Representative Office, Xi'an 710054, China;

2 Border Defence Academy of P. L. A, Xi'an, 710108, China)

Abstract: This paper proposes a design approach of wide-band constant beamwidth beamformer based on second-order cone programming (SOCP), considering the fact that the operating frequency bandwidth is narrow, when conventional beamformer applied to constant beamwidth beamforming. The approach includes: first, The working frequency band is divided into several narrow-band frequency range, second, make each sub-band beam on the center frequency get the best approximation of expect beam based on SOCP, to achieve the corresponding weight vector, and the main lobe of the beam of each sub-band center frequency constant. The results of computer simulation show that the method of improving wide-band beam based on SOCP is robust.

Key words: wide-band; beamformer; second-order cone programming; robustness

1 引言

恒定束宽波束是指波束图的主瓣在工作频段内保持恒定的波束. 恒定束宽波束形成器可以解决非波束指向方向上宽带信号失真的问题, 使基阵能够在主瓣宽度内不失真地接收宽带信号, 即在主瓣宽度范围内, 基阵对目标的各个频率分量所产生的幅度响应是一致的^[1].

常规加权波束形成器产生恒定束宽的波束是通过在空间布置不等间距的阵列或者改变阵列阵元数目来实现的. 这种方法实现简单, 但只适用于某段固

定的接收频率, 频率带宽较窄, 对频率范围的变化较敏感. 因此, 本文主要研究了基于二阶锥规划的宽带恒定束宽波束形成器的设计方法, 首先将工作频段分成若干窄带频率区间, 将每个子带作为窄带处理, 获得不同的权向量, 使各子带中心频率上的波束图主瓣宽度恒定. 各子带上的权向量是通过让各子带中心频率上的波束最佳地逼近期望波束来获得的.

2 二阶锥规划

二阶锥规划^[2-3]是一类特殊的优化问题, 是凸规划问题的一个子集. 该凸优化问题可以通过 matlab

工具箱 SeDuMi 求解^[4], 将其应用于波束优化设计问题, 具有寻优方法规范、精确性高的特点, 对于在优化问题中存在的无解的情况, 也可以自动判定, 从而修正参数继续寻优. 在 SeDuMi 中, 标准的凸锥优化问题定义为

$$\max \mathbf{b}^T \mathbf{y} \quad \text{subject to } \mathbf{c} - \mathbf{A}^T \mathbf{y} \in K \quad (1)$$

式中, $\mathbf{y}$ 包含有期望变量; $\mathbf{A}$ 是任意矩阵; $\mathbf{b}$ 和 $\mathbf{c}$ 是任意向量, 其中 $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{b}$ 与 $\mathbf{c}$ 的维数必须匹配, 也可以均为复数; K 是一个对称锥集合, 正实数集、零锥与二阶锥都是对称锥的子集; q 维二阶锥定义为

$$Q\text{cone}^q \triangleq \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \mid x_1 \in \mathbb{R}, x_2 \in \mathbb{C}^{q-1}, x_1 \geq \|x_2\| \right\} \quad (2)$$

等式约束可以表示为零锥, 零锥定义为

$$\{0\} \triangleq \{x \in \mathbb{C} \mid x = 0\} \quad (3)$$

式中, $\mathbb{C}$ 是复数集. 将非负集合表示为 $\mathbb{R}_+$, 如果可以将约束问题表述为

$$\begin{aligned} \max \quad & \mathbf{b}^T \mathbf{y} \\ \text{subject to} \quad & \mathbf{c} - \mathbf{A}^T \mathbf{y} \in \{0\}^{q_1} \times \mathbb{R}^{q_2} \times Q\text{cone}^{q_3} \end{aligned} \quad (4)$$

则可以很容易通过 SeDuMi 求出其数值解.

3 矢量阵宽带波束优化设计

采用二阶锥规划方法实现宽带恒定束宽波束形成, 可以首先选择参考波束, 然后设计各频率的波束, 使其主瓣逼近于参考波束, 将方位 (不一定均匀) 离散化. $\theta_m \in \Theta_M (m = 1, 2, \dots, M)$ 和 $\theta_s \in \Theta_S (s = 1, 2, \dots, S)$ 是离散化的方位点, 其中 Θ_M 表示主瓣区域, Θ_S 表示旁瓣区域. 因此, 最佳恒定束宽波束形成可以描述为主瓣范围内波束响应幅度与期望波束幅度误差最小.

$$\min_w \left(\sum_{m=1}^M \rho_m |p(\theta_m) - p_d(\theta_m)|^2 \right), \quad \theta_m \in \Theta_M \quad (5)$$

式中, $p(\theta_m)$ 和 $p_d(\theta_m)$ 分别表示角度 θ_m 的期望波束响应和设计波束响应. 在保证波束旁瓣低于期望值的条件下, 设计以最小加权均方误差逼近于期望波束响应的波束.

$$\begin{aligned} \min_w \quad & \left(\sum_{m=1}^M \lambda_m |p_d(\theta_m) - p(\theta_m)|^2 \right), \\ & \theta_m \in \Theta_M, m = 1, \dots, M \end{aligned} \quad (6)$$

subject to $|p(\theta_s)| \leq \delta_s, \theta_s \in \Theta_S, s = 1, \dots, S$.

式中, $\delta_s (s = 1, \dots, S)$ 控制了波束的旁瓣.

把式(6)表示的约束最优优化问题表示为一组二阶锥规划问题, 求各个子带的恒定束宽波束的权

向量.

引入一组新的非负变量, $\epsilon_m, m = 1, \dots, M$, 此时假设阵元的个数为 N , 则上式就可以变换成两个不等式约束:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \epsilon_m + 1 \\ 2p_d(\theta_m) - 2\mathbf{a}_v^H \mathbf{w} \\ \epsilon_m - 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 2p_d(\theta_m) \\ -1 \end{bmatrix} - \\ &\begin{bmatrix} -\mathbf{q}^T(m) & \mathbf{0}_{1 \times 3N} \\ \mathbf{0}_{1 \times M} & 2\mathbf{a}_v^H \\ -\mathbf{q}^T(m) & \mathbf{0}_{1 \times 3N} \end{bmatrix} \mathbf{y} \triangleq \end{aligned} \quad (7)$$

$$\mathbf{c}_m - \mathbf{A}_m^T \mathbf{y} \in Q\text{cone}_m^3, m = 1, \dots, M$$

式中, $\mathbf{q}(m) = [q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_M]^T$,

$$q_i = \begin{cases} 0 & i \neq m \\ 1 & i = m \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_s \\ \mathbf{a}_v^H \mathbf{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_s \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times M} & \mathbf{0}_{1 \times 3N} \\ \mathbf{0}_{1 \times M} & -\mathbf{a}_v^H \end{bmatrix} \mathbf{y} \triangleq \mathbf{c}_{M+s} -$$

$$\mathbf{A}_{M+s}^T \mathbf{y} \in Q\text{cone}_{M+s}^2, s = 1, 2, \dots, S \quad (8)$$

另外, 为了提高波束形成的稳健性, 可以通过白噪声增益约束, 即对加权向量的范数进行控制, 使其低于某一固定值. 假设存在 $\|\mathbf{w}\| \leq \gamma$, 同样这个不等式约束也可以转换为二阶锥约束.

$$\begin{bmatrix} \gamma \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times M} & \mathbf{0}_{1 \times M} \\ \mathbf{0}_{N \times M} & -\mathbf{I}_M \end{bmatrix} \mathbf{y} \triangleq \mathbf{c}_{1+M+S} -$$

$$\mathbf{A}_{1+M+S}^T \mathbf{y} \in Q\text{cone}_{1+M+S}^{1+N} \quad (9)$$

令 $\mathbf{c} \triangleq [\mathbf{c}_1^T, \mathbf{c}_2^T, \dots, \mathbf{c}_{M+S+1}^T]^T$ 和 $\mathbf{A}^T \triangleq [\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_{M+S+1}]^T$, $\mathbf{c}_i$ 和 $\mathbf{A}_i (i = 1, 2, \dots, M+S+1)$ 由上列各式给出, 在这里 $\mathbf{w}$ 定义为复数, 在 SeDuMi 中, 对称锥集合 $\mathbf{K}$ 定义为一个结构, 包括 $\mathbf{K}, l, \mathbf{K}, f, \mathbf{K}, q, \mathbf{K}, y\text{complex}, \mathbf{K}, x\text{complex}$ 等元素. 在计算中, 可以指定优化变量 $\mathbf{y}$ 或 $\mathbf{x}$ 中的部分元素为复数, 例如假设变量 $\mathbf{y}$ 为复数的元素的序号为 $\alpha_1, \dots, \alpha_M$, 则取

$$\mathbf{K}, y\text{complex} = [\alpha_1, \dots, \alpha_M] \quad (10)$$

于是式(6)优化问题可以表示为以下的二阶锥规划形式:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{y}} \quad & \mathbf{b}^T \mathbf{y} \\ \text{subject to} \quad & \mathbf{c} - \mathbf{A}^T \mathbf{y} \in \\ & Q\text{cone}_1^3 \times \dots \times Q\text{cone}_M^3 \times Q\text{cone}_{M+1}^2 \times \dots \times Q\text{cone}_{M+S}^2 \times \\ & Q\text{cone}_{1+M+S}^{1+N} \end{aligned} \quad (11)$$

对于上式的二阶锥规划形式, 针对每个子带优化问题利用 matlab 中已有的 SeDuMi 求解得到向量 $\mathbf{y}$ 的最优解之后, 取出其第 $M+2 \sim M+1+N$ 个分量即为最优波束的权向量.

4 计算机仿真

根据以上设计方法,以24元圆阵为例,该圆阵的半径为 $R=1.5\text{ m}$,设计频带为 $1\,200\sim3\,200\text{ Hz}$,把设计频带以每 100 Hz 分为一个子带,共划分为21个子带,以 $1\,200\text{ Hz}$ 上的常规加权波束的主瓣为期望波束的主瓣,对每一个子带可以采用上述二阶锥规划的方法对主瓣和旁瓣施加约束,并考虑阵列流形误差的情况,进而求出每个子带的权向量,使其满足恒定束宽的要求。

基于该24元矢量圆阵在阵元位置存在误差扰动情况下的波束图的二、三维图如图1、图2和图3所示。

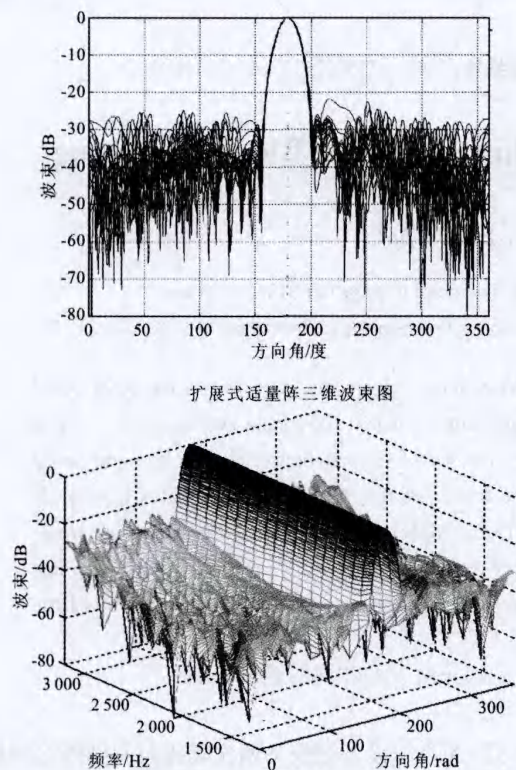


图1 标准差为 0.014 m 的矢量阵宽带恒定二、三维图

由图1、图2和图3可知,当24元矢量圆阵的阵元位置存在误差扰动情况下,宽带恒定束宽波束形成器具有出较好的稳健性。

5 结束语

本文研究了基于二阶锥规划的宽带恒定束宽波束形成器的设计方法. 该方法是将工作频段分成若干窄带频率区间,采用二阶锥规划方法使各子带中心频率上的波束最佳地逼近期望波束,并得到相应的权向量,使各子带中心频率上的波束图主瓣宽度

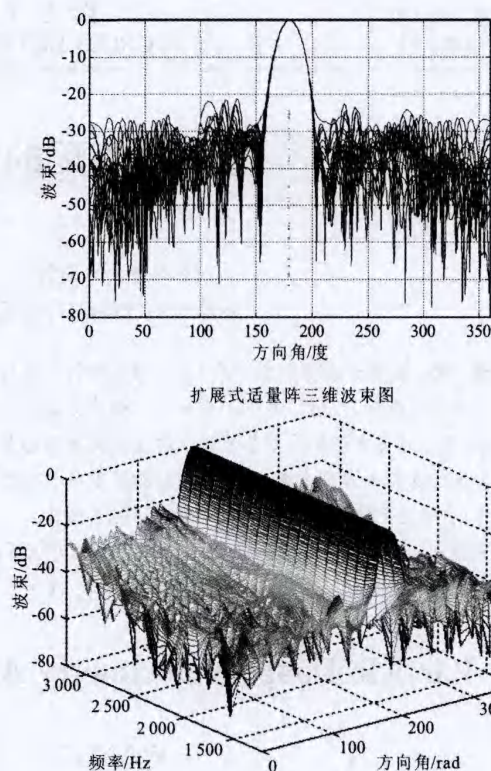


图2 标准差为 0.02 m 的矢量阵宽带恒定二、三维图

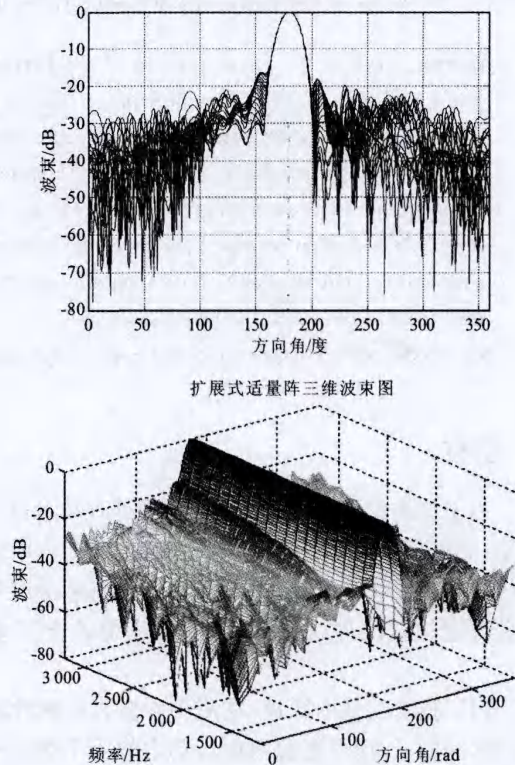


图3 标准差为 0.024 m 的矢量阵宽带恒定二、三维图
恒定. 计算机仿真结果表明矢量阵的阵元位置存在
(下转第147页)

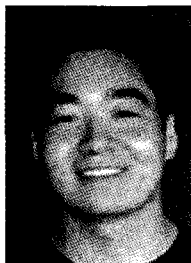
行了论述. 文章给出了匹配区划分的一般准则, 即匹配区尺寸必须显著大于粒子直径; 同时提出了以 MAD/MSE 匹配准则替代传统的互相关准则的 PIV 算法. 实验证明, 采用 MAD 和 MSE 准则替换传统的互相关评价准则, 在保证估计精度基本不变的前提下, 算法的运行时间减少超过 50%, 即运行效率提高一倍以上; 实验结果也证明了匹配区划分准则的正确性.

参考文献:

- [1] Elsinga GE, Adrian RJ, Van Oudheusden BW, et al. Three-dimensional vortex organization in a high reynolds number supersonic turbulent boundary layer[J]. J Fluid Mech, 2010(644):35 - 60.
- [2] 谢龙, 靳思宇, 于建国, 等. 阀体后 90°圆形弯管内部流场 PIV 分析[J]. 上海交通大学学报, 2011(9):1395-1399.
- [3] 鲍晓利, 李木国. 一种改进的基于 FFT 的 PIV 互相关算法[J]. 大连理工大学学报, 2011(3):417-421.
- [4] Okamoto K, Nishio S, Saga T, et al. Standard images for particle-image velocimetry[J]. Meas Sci Technol, 2000(11):685-691.

- [5] Okamoto K, Nishio S, Kobayashi T, et al. Evaluation of the 3D-PIV standard images (PIV-STD Project) [J]. Visualization, 2000(3-2):115-124.

作者简介:



王 一 男, (1986—), 硕士研究生. 研究方向为数字图像处理.



盛惠兴 男, (1961—), 副教授. 研究方向为数字图像处理.

(上接第 143 页)

误差扰动情况下, 宽带恒定束宽波束形成器具有出较好的稳健性. 本文中的设计方法对于研究宽带恒定波束形成具有一定的启示作用.

参考文献:

- [1] 鄢社锋, 马远良. 传感器阵列波束优化设计及应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- [2] 幸高翔, 蔡志明. 基于二阶锥约束的方向不变恒定束宽波束形成[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(9):2109-2112.
- [3] 陈阳, 张艺朦, 赵安邦, 等. 基于二阶锥规划的自适应

均衡算法[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(4): 904-907.

- [4] Sturm J F, Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones [J]. Optimum Methods Software, 1999(2):625-653.

作者简介:

宋志宏 男, (1977—), 硕士研究生, 工程师. 研究方向为水声信号与信息处理.

肖 瑜 男, (1964—) 教授. 研究方向作战仿真与虚拟现实.